Nekaj malega o računanju reprodukcijskega faktorja R

Uvod

Reprodukcijski faktor R je definiran kot razmerje dveh zaporednih vrednosti (v našem primeru števila dnevno okuženih) in naj bi služil napovedovanju poteka epidemije.

Njegova vrednost ni konstantna, a se v bližnji okolici opazovanega dne ne spreminja preveč.

Torej: $R = \frac{f(n+1)}{f(n)}$, kjer je f(n) število novih okužb v dnevu n.

Iz zgornje definicije sledi

$$f(n+1) = R * f(n)$$

in z rekurzijo dobimo formulo

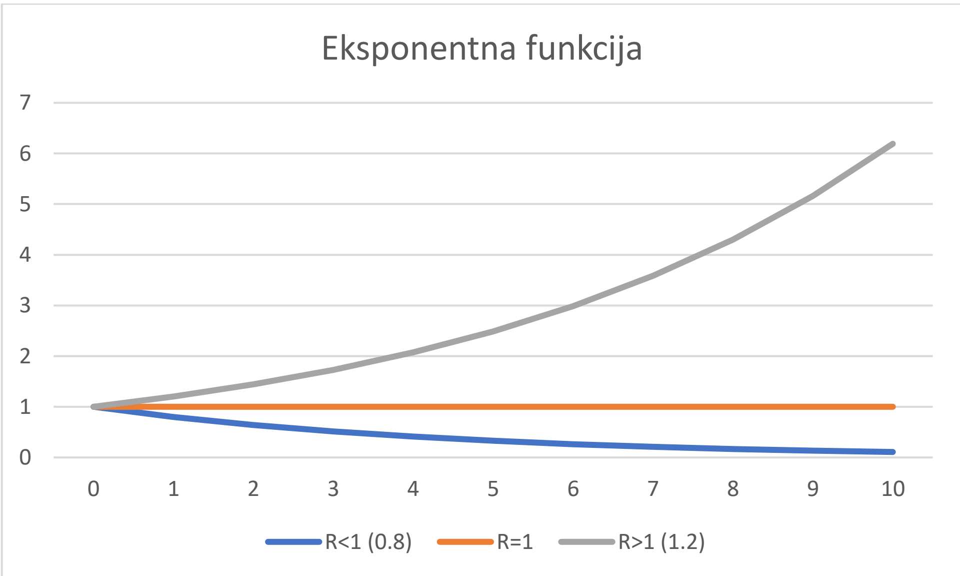
$$f(n) = f(0) * R^n$$

ali

$$f(n) = f(0) * e^{n*\ln(R)}.$$

To pa je eksponentna funkcija in če velja, govorimo o eksponentni rasti okužb.

Slika 1



Laično povedano, je vse kar potrebujemo, le določiti R in bomo lahko napovedovali potek epidemije!

Zato si oglejmo to v konkretnem primeru. Izberimo zadnjih deset dni in poskusimo napovedovati:

Slika 2

Datum	Okuženi dnevno	Reprodukcijski faktor R
20.01.2021	1456	
21.01.2021	1458	1.00
22.01.2021	1518	1.04
23.01.2021	542	0.36
24.01.2021	297	0.55
25.01.2021	1685	5.67
26.01.2021	1873	1.11
27.01.2021	1539	0.82
28.01.2021	1305	0.85
29.01.2021	1302	1.00
30.01.2021	586	0.45
31.01.2021	358	0.61
1.02.2021	1638	4.58
2.02.2021	1560	0.95
Povprečni R		**1.46**

Iz tabele takoj vidimo, da R zelo spreminja vrednosti: od 0,36 do 5,67, v razmerju 1:16!

Tudi povprečni R ni nič boljši, ker bi pomenil skokovito rast na novo okuženih!

Mogoče bo bolje, da vzamemo povprečje okužb v dveh zaporednih tednih?

Datum	Okuženi dnevno	Tedensko povprečje dnevnih okužb
20.01.2021	1456	
21.01.2021	1458	
22.01.2021	1518	
23.01.2021	542	
24.01.2021	297	
25.01.2021	1685	
26.01.2021	1873	1261
27.01.2021	1539	
28.01.2021	1305	
29.01.2021	1302	
30.01.2021	586	
31.01.2021	358	
1.02.2021	1638	
2.02.2021	1560	1184
R (Povprečje tedna/Povprečje		0.94

To vsaj izgleda bolj obetavno, a vseeno poglejmo kaj smo izračunali:

$$R_p = \frac{(f(n) + f(n-1) + f(n-2) + f(n-3) + f(n-4) + f(n-5) + f(n-6)/7}{(f(n-7) + f(n-8) + f(n-9) + f(n-10) + f(n-11) + f(n-12) + f(n-13)/7}$$

Deljenje s 7 lahko izpustimo v števcu in imenovalcu (razširjanje!)

$$R_p = \frac{f(n) + f(n-1) + f(n-2) + f(n-3) + f(n-4) + f(n-5) + f(n-6)}{f(n-7) + f(n-8) + f(n-9) + f(n-10) + f(n-11) + f(n-12) + f(n-13)}$$

Iz definicije vemo tudi, da je $f(n-1) = R^{-1} * f(n)$ in tako naprej do $f(n-6) = R^{-6} * f(n)$.

V imenovalcu pa imamo $f(n-8) = R^{-1} * f(n-7)$ in tako naprej do $f(n-13) = R^{-6} * f(n-7)$.

Uporabimo v računu za R_p

$$R_p = \frac{f(n) + R^{-1} * f(n) + R^{-2} * f(n) + R^{-3} * f(n) + R^{-4} * f(n) + R^{-5} * f(n) + R^{-6} * f(n)}{f(n-7) + R^{-1} * f(n-7) + R^{-2} * f(n-7) + R^{-3} * f(n-7) + R^{-4} * f(n-7) + R^{-5} * f(n-7) + R^{-6} * f(n-7)}$$

Izpostavimo in krajšamo pa dobimo:

$$R_p = \frac{f(n)}{f(n-7)}$$

Še zadnji napor in imamo:

$$R_p = R^7 \text{ ali } R = \sqrt[7]{R_p}$$

Zato:

$$R = \sqrt[7]{\frac{(f(n) + f(n-1) + f(n-2) + f(n-3) + f(n-4) + f(n-5) + f(n-6)/7}{(f(n-7) + f(n-8) + f(n-9) + f(n-10) + f(n-11) + f(n-12) + f(n-13)/7}}$$

Torej bi bil R na včerajšnji dan približno $\sqrt[7]{0,94}$ =0,991! To pa je sumljivo blizu 1 in bi ga že majhna napaka pri testiranju dvignila nad ena ali spustila pod 1.

Poskusimo uporabiti:

Datum	Okuženi dnevno	
27.01.2021	1539	Povprečje
28.01.2021	1305	
29.01.2021	1302	
30.01.2021	586	
31.01.2021	358	
1.02.2021	1638	
2.02.2021	1560	1184
3.02.2021	**1173**	N
4.02.2021	**1163**	a
5.02.2021	**1152**	p
6.02.2021	**1142**	o
7.02.2021	**1132**	v
8.02.2021	**1121**	e
9.02.2021	**1111**	d

Malce boljše je, a napovedi niso uporabne.

Dovolj za danes